

## MATEMÁTICA

# Aplicação de teorema pode indicar fraudes

*A Receita Federal de vários Estados dos EUA está usando a Lei de Benford na detecção de irregularidades*

MALCOM W. BROWNE  
The New York Times

O professor **Theodore P. Hill** pede sempre uma lição de casa especial para seus alunos de matemática, no Instituto de Tecnologia da Geórgia. Parte deles deve lançar uma moeda 200 vezes e registrar fielmente o resultado, enquanto a outra simplesmente deve fingir que jogou a moeda e inventar um resultado para os 200 supostos arremessos. No dia seguinte, para espanto dos alunos, Hill consegue, com uma breve olhada nos trabalhos, apontar quase todos os que fraudaram os lançamentos.

"A verdade", disse ele em uma entrevista, "é que a maioria das pessoas não sabe quais são as reais probabilidades de um exercício como esse e, portanto, não consegue inventar dados convincentes".

Hill integra o cada vez maior contingente de estatísticos, contadores e matemáticos que estão convencidos do poder assombroso do teorema matemático conhecido como Lei de Benford. O teorema é uma maneira poderosa e relativamente simples de apontar o dedo da suspeita para fraudadores, autores de desfalque, sonegadores de impostos, contadores negligentes e até bugs de computador.

A Receita Federal em vários países e Estados americanos está usando um software de detecção de fraudes baseado na Lei de Benford, assim como umas 20 grandes empresas e escritórios de contabilidade no país.

**Páginas sujas** - A Lei de Benford recebeu esse nome por causa do falecido Frank Benford, um físico que trabalhava na General Electric. Em 1938, ele notou que as páginas de logaritmos correspondentes aos números começados com um estavam muito mais sujas e mais gastas do que as outras páginas. Um logaritmo é um expoente. Qualquer número pode ser expres-

so como o expoente fracional - o logaritmo - de algum número de base, por exemplo, dez. As tabelas impressas permitem que os usuários pesquem logaritmos correspondentes aos números ou os números correspondentes aos logaritmos.

As tábuas de logaritmo (e as régua de cálculo delas derivadas) não são mais usadas para cálculo de rotina, pois as calculadoras eletrônicas são mais simples e rápidas. Mas os logaritmos permanecem importantes para muitas aplicações científicas e técnicas e foram um elemento-chave para a descoberta de Benford.

Benford concluiu que era improvável que físicos e engenheiros tivessem alguma preferência por logaritmos começados com o número um. Conseqüentemente, empreendeu uma análise matemática de 20.229 conjuntos de números,

incluindo categorias tão disparatadas como áreas de rios, estatísticas de beisebol e os endereços das primeiras 342 pessoas constantes no livro *American Man of Science*.

Todos esses números que pareciam não relacionados entre si seguiam o mesmo padrão de probabilidade do primeiro dígito, como as páginas gastas das tábuas de logaritmo sugeriam. Em todos os casos, o número 1 surgiu como o primeiro dígito em cerca de 30% das séries.

**Frequência** - Benford derivou uma fórmula para explicar isso. Se a certeza absoluta for definida como 1 e a impossibilidade absoluta como 0, então a probabilidade de qualquer número "d" de 1 a 9 ser o primeiro dígito é logaritmo de base 10 de (1 (mais) 1/d). Essa fórmula prediz a frequência com que os nú-

meros são encontrados em muitas categorias de estatísticas.

As previsões de probabilidades são muitas vezes surpreendentes. No caso da experiência com o lançamento da moeda, Hill escreveu na atual edição da revista *American Scientist* que o cálculo revelou uma probabilidade surpreendente. Mostrou, disse ele, que a probabilidade dominante é que, em algum ponto de uma série de 200 arremessos de moeda, ou cara ou coroa aparecerá seis ou mais vezes seguidas. Aqueles que fraudaram um resultado não sabiam disso e evitaram simular longas seqüências de caras ou coroas, porque, erroneamente, pensa-

ram ser improvável.

Ainda mais espantoso é o efeito da Lei de Benford sobre seqüências de números. Intuitivamente, a maioria das pessoas supõe que, em uma série de números escolhidos aleatoriamente de algum corpo de dados, o primeiro dígito que não seja 0 poderá ser qualquer número de 1 a 9. Todos os nove números serão considerados como igualmente prováveis. Mas Benford descobriu, em uma grande variedade de seqüências de números - amostras aleatórias das cotações de ações em um determinado dia, os números constantes na primeira página do *The New York Times*, contas de eletricidade

das Ilhas Salomão, o peso molecular dos compostos e muito mais -, que não é assim que acontece.

**Número 1** - Dada uma cadeia de ao menos quatro números extraídos de uma ou mais dessas séries, a chance de que o primeiro dígito seja 1 não será de uma em nove como muitas pessoas imaginariam; segundo a Lei de Benford, a chance é 30,1%, ou quase uma em três. A chance de que o primeiro número da série seja 2 é de somente 17,6% e as probabilidades de que os números sucessivos sejam o primeiro dígito vão decaindo até 9, que tem somente 4,6% de chance.

E os matemáticos descobriram que, quanto maior e mais variada a amostragem de números extraídos de diferentes conjuntos de dados, mais a distribuição se aproxima do que a Lei de Benford prevê.

**LOGARITMOS  
PERMANECEM  
IMPORTANTES  
PARA A CIÊNCIA**